PEMODELAN DATA TIME SERIES DENGAN METODE BOX-JENKINS

Rais[1]

[1]Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Tadulako, email: rais76_untad@yahoo.co.id

Abstrak

Metode Box-Jenkins memasukkan banyak informasi dari data historis dengan menghasilkan kenaikan akurasi peramalan dan menjaga jumlah parameter seminimal mungkin, model terbaik akan diperoleh apabila residual antara model peramalan dan data historis memiliki nilai yang kecil distribusinya random dan independen. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan prediksi nilai Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) untuk 200 hari ke depan. Model terbaik dipilih melalui tahap identifikasi, estimasi dan uji diagnostik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model ARMA(1,1) $\Delta X_t = \alpha_1 \Delta X_{t-1} + \varepsilon_t - \beta_1 \Delta \varepsilon_{t-1}$ adalah model terbaik untuk peramaln 200 hari kedepan yang mengalami fluktuasi dengan trend positif.

Keywords *: Box-Jenkins, ARMA, IHSG, Stasioner*

I. PENDAHULUAN

Model *time series* sangat berguna untuk peramalan *(forecasting)* jangka pendek *(Ulva, A., dan Yasin, A., 2003).* Beberapa keunggulan dari metode Box-Jenkins yang digunakan dalam model *time series* adalah karena metode tersebut disusun secara logis dan secara statistik akurat, memasukkan banyak informasi dari data historis, menghasilkan kenaikkan akurasi peramalan dan pada waktu yang sama menjaga jumlah koefisien seminimal mungkin, menggunkan pendekatan iteratif yang mengidentifikasi kemungkinan model yang bermanfaat. Model terpilihpun kemudian dicek kembali dengan data historis apakah telah mendeskripsikan data tersebut dengan tepat. Model terbaik akan diperoleh apabila residual model peramalan dan data historis memiliki selisih nilai yang kecil, distribusinya acak dan independent.

Penelitian ini mengembangkan metode Box-Jenkins dengan proses *Autoregressive Moving Average* (ARMA) untuk memprediksi nilai IHSG yang selalu mengalami perubahan yang signifikan dari priode ke periode dalam kurun waktu tertentu, sebagai simulasi untuk memprediksi 200 hari kedepan.

II. TEORI FUNDAMENTAL

Metode Box-Jenkins khususnya proses ARMA diklasifikasikan berdasarkan ordenya. Namun, secara umum proses ARMA yang digunakan adalah proses ARMA yang berhingga, ditulis ARMA(*p,q*), menggunakan operator *lag* dengan tujuan mempermudah dalam menyatakan kestasioneran dari proses ARMA.

Proses time series $\{X_t, t \in T\}$ dengan $T = Z = \{\pm 0, \pm 1, \pm 2, \cdots\}$ disebut proses *weakly-stasioner* atau kovariansi-stasioner jika memenuhi

1) $E(X_t^{\;2}) < \infty$, untuk setiap $t \in Z$.
2) $E(X_t) =$ konstanta, independent terhadap t, untuk setiap $t \in Z$.
3) $\gamma(t,s) = \gamma(t+k, s+k)$, untuk setiap $t,s,k \in Z$. Fungsi kovariansi hanya bergantung pada jarak waktu $(t-s)$ tetapi independen terhadap *t* dan *s*. Dengan kata lain proses time series disebut proses weakly-stasioner jika mean dan variansinya independen terhadap waktu *t*.

Proses $\{X_t, t \in 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ disebut proses ARMA(p,q) jika $\{X_t\}$ adalah stasioner dan jika untuk setiap *t*, berlaku

$$X_t - \alpha_1 X_{t-1} - \cdots - \alpha_p X_{t-p} = \varepsilon_t - \beta_1 \varepsilon_{t-1} - \cdots - \beta_q \varepsilon_{t-q} \quad \text{.................................} \quad 2.1$$

dengan $\{\varepsilon_t\} \sim WN(0, \sigma^2)$. $\{X_t\}$ disebut suatu proses ARMA(p,q), dengan mean μ jika $\{X_t - \mu\}$ adalah suatu proses ARMA(p,q).

Secara simbolik persamaan (2.1) dapat ditulis dalam bentuk operator lag (L) sebagai berikut $X_t - \alpha_1 X_{t-1} - \cdots - \alpha_p X_{t-p} = \varepsilon_t - \beta_1 \varepsilon_{t-1} - \cdots - \beta_q \varepsilon_{t-q}$
mengenai operator lag (L) dimana $L^k X_t = X_{t-k}$, maka dapat ditulis dengan:

$$X_t - \alpha_1 L X_t - \cdots - \alpha_p L^p X_t = \varepsilon_t - \beta_1 L \varepsilon_t - \cdots - \beta_q L^q \varepsilon_t$$

$$(1 - \alpha_1 L - \cdots - \alpha_p L^p) X_t = \varepsilon_t (1 - \beta_1 L - \cdots - \beta_q L^q)$$

$$\alpha_p(L) X_t = \beta_q(L) \varepsilon_t \quad \text{..} \quad 2.2$$

dengan α_p dan β_q adalah polinomial derajat *p* dan *q*, serta $\alpha_p(L)$ dan $\beta_q(L)$ adalah fungsi polinomial yang apabila L diganti dengan *z* maka,

$$\alpha_p(z) = 1 - \alpha_1 z - \alpha_2 z^2 - \cdots - \alpha_p z^p \text{ dan } \beta_p(z) = 1 - \beta_1 z - \beta_2 z^2 - \cdots - \alpha_q z^q \quad \text{............} \quad 2.3$$

Kestasioneran dari proses ARMA selain ditentukan melalui sifat weakly-stasioner, juga dapat dinyatakan dengan sifat kausalitas.

Definisi 2.1 Jika proses linear $X_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \beta_j \varepsilon_{t-j}$, $\varphi \epsilon R$, berlaku $\beta_j = 0, j < 0$ dan $\sum_{j=-\infty}^{\infty} \beta_j^2 < \infty$, maka X_t disebut fungsi kausal dari ε_t, dengan $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$.

Proses $X_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \beta_j \varepsilon_{t-j}$ merupakan kelas proses stasioner yang penting, yang disebut proses linear. Untuk proses linear yang kausal berlaku $X_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \beta_j \varepsilon_{t-j}$, yakni proses X_t hanya bergantung kepada nilai-nilai $\varepsilon_s, s \leq t$ (yakni nilai-nilai proses ε_t di masa lampau).

Definisi 2.2 Jika X_t bersifat kausal maka kondisi $\sum_{j=-\infty}^{\infty} \beta_j^2 < \infty$ akan dipenuhi, yakni X_t akan stasioner. Pada kasus kausal, penyelesaian untuk X_t dirumuskan sebagai berikut

$$X_t = \frac{\beta_q(L)}{\alpha_p(L)} \varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j L^j \varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j \varepsilon_{t-j} \quad \text{...} \quad 2.4$$

dengan $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$.

Teorema 2.1 Misalkan $\{X_t\}$ adalah ARMA(p,q) berbentuk $\alpha_p(L) X_t = \beta_q(L) \varepsilon_t$, dengan polinomial $\alpha_p(\bullet)$ dan $\beta_q(\bullet)$ tidak memiliki akar-akar yang sama. Maka $\{X_t\}$ akan bersifat kausal jika dan hanya jika $\alpha_p(z) \neq 0$ untuk $|z| \leq 1, z \epsilon \mathbb{C}$. Dengan kata lain polinomial $\alpha_p(z)$ (dari polinomial autoregresi) tidak memiliki akar-akar dalam unit circle *|z| ≤ 1*, yakni jika $z_i, i = 1, \dots, r$ adalah akar-akar berbeda dari $\alpha_p(z)$ maka berlaku $|z_i| > 1$.

Bukti:

Diketahui $\{X_t\}$ adalah ARMA(p,q) berbentuk $\alpha_p(L)X_t = \beta_q(L)\varepsilon_t$, dengan polinomial $\alpha_p(\bullet)$ dan $\beta_q(\bullet)$ tidak memiliki akar-akar yang sama. Akan ditunjukkan bahwa jika $\{X_t\}$ bersifat kausal, maka $\alpha_p(z) \neq 0$ untuk $|z| \leq 1, z\epsilon\mathbb{C}$. X_t disebut fungsi kausal dari ε_t. Jika proses linear $X_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \beta_j \varepsilon_{t-j}$ $, \varphi\epsilon R,$ berlaku $\beta_j = 0, j < 0$ dan $\sum_{j=-\infty}^{\infty} \beta_j^2 < \infty$, sehingga berdasarkan persamaan (2.4), pada kasus kausal, penyelesaian untuk X_t dapat ditulis sebagai $X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j\, \varepsilon_{t-j} = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j\, L^j \varepsilon_t = \frac{\beta_q(L)}{\alpha_p(L)}\varepsilon_t$, Jika $\alpha_p(L)$ dan $\beta_q(L)$ adalah fungsi polinomial yang apabila L diganti dengan *z*, maka $X_t = \frac{\beta_q(z)}{\alpha_p(z)}\varepsilon_t = \frac{1-\beta_1 z-\beta_2 z^2-\cdots-\alpha_q z^q}{1-\alpha_1 z-\alpha_2 z^2-\cdots-\alpha_p z^p}\varepsilon_t$

maka dapat diketahui bahwa $\alpha_p(z) \neq 0$ untuk $|z| \leq 1, z\epsilon\mathbb{C}$, atau dengan kata lain polinomial $\alpha_p(z)$ tidak memiliki akar-akar dalam unit circle |z| ≤ 1, yakni jika $z_i, i = 1, \dots, r$ adalah akar-akar berbeda dari $\alpha_p(z)$ maka berlaku $|z_i| > 1$.

Dan akan ditunjukan bahwa Jika polinomial $\alpha_p(z) \neq 0$ untuk $|z| \leq 1, z\epsilon\mathbb{C}$, maka $\{X_t\}$ bersifat kausal.

Jika diketahui $\alpha_p(z) \neq 0$ untuk $|z| \leq 1, z\epsilon\mathbb{C}$, Oleh karena $\alpha_p(z) \neq 0$ untuk $|z| \leq 1, z\epsilon\mathbb{C}$, maka diperoleh $X_t = \frac{\beta_q(z)}{\alpha_p(z)}\varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j\, L^j \varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j\, \varepsilon_{t-j}$. Terlihat bahwa $X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j\, \varepsilon_{t-j}$ merupakan proses linear, sehingga dapat diketahui X_t bersifat kausal. Oleh karena X_t bersifat kausal maka kondisi $\sum_{j=-\infty}^{\infty} \beta_j^2 < \infty$ akan dipenuhi. ■

Definisi 2.3 Suatu proses ARMA(p,q) didefinisikan dengan persamaan $\alpha_p(L)X_t = \beta_q(L)\varepsilon_t$ disebut invertible (memiliki invers) jika terdapat barisan konstanta $\{h_j\}$ sedemikian sehingga $\sum_{j=0}^{\infty} h_j^2 < \infty$ dan $\varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} h_j\, X_{t-j}, t\epsilon Z$. Terlihat bahwa sifat kausalitas dan invertible menunjukan hubungan antara $\{X_t\}$ dan $\{\varepsilon_t\}$.

Teorema 2.2 Misalkan diberikan $\{X_t\}$ suatu proses ARMA(p,q) dengan polynomial $\alpha_p(\bullet)$ dan $\beta_q(\bullet)$ tidak memiliki akar-akar yang sama. Maka $\{X_t\}$ invertible jika dan hanya jika $\beta_q(z) \neq 0$ untuk semua $z\epsilon\mathbb{C}$ sedemikian sehingga $|z| \leq 1$. Dengan kata lain, akar-akar berbeda dari $\beta_q(z)$, yakni $z_1, \dots, z_k$ akan memiliki sifat $|z_i| > 1, i = 1,2, \dots, k$.

Bukti:

Diketetahui $\{X_t\}$ suatu proses ARMA(p,q) dengan polinomial $\alpha_p(\bullet)$ dan $\beta_q(\bullet)$ tidak memiliki akar-akar yang sama.

Akan dibuktikan bahwa jika $\{X_t\}$ invertible, maka $\beta_q(z) \neq 0$ untuk semua $z\epsilon\mathbb{C}$ sedemikian sehingga $|z| \leq 1$.

Berdasarkan definisi 2.3 $\alpha_p(L)X_t = \beta_q(L)\varepsilon_t$ dikatakan invertible terdapat barisan konstanta $\{h_j\}$ sedemikian sehingga $\sum_{j=0}^{\infty} h_j^2 < \infty$ dan $\varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} h_j\, X_{t-j}, t\epsilon Z$.

adit: $\beta_q(z) \neq 0$ untuk semua $z\epsilon\mathbb{C}$ sedemikian sehingga $|z| \leq 1$.

$\varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} h_j\, X_{t-j} = \sum_{j=0}^{\infty} h_j\, L^j X_t = \frac{\alpha_p(L)}{\beta_q(L)} X_t$.

Jika $\alpha_p(L)$ dan $\beta_q(L)$ adalah fungsi polinomial yang apabila L diganti dengan z, maka

$\varepsilon_t = \frac{\alpha_p(z)}{\beta_q(z)} X_t = \frac{1-\alpha_1 z-\alpha_2 z^2-\cdots-\alpha_p z^p}{1-\beta_1 z-\beta_2 z^2-\cdots-\alpha_q z^q} X_t$, sehingga dapat diketahui harga $\beta_q(z) \neq 0$ untuk semua $z\epsilon\mathbb{C}$ sedemikian sehingga $|z| \leq 1$. Dengan kata lain, akar-akar berbeda dari $\beta_q(z)$, yakni $z_1, \ldots, z_k$ akan memiliki sifat $|z_i| > 1, i = 1,2, \ldots, k$.

Akan ditunjukkan juga bahwa jika $\beta_q(z) \neq 0$ untuk semua $z\epsilon\mathbb{C}$ sedemikian sehingga $|z| \leq 1$, maka $\{X_t\}$ invertible

Apabila diketahui harga $\beta_q(z) \neq 0$ untuk semua $z\epsilon\mathbb{C}$ sedemikian sehingga $|z| \leq 1$, dari $\varepsilon_t = \frac{\alpha_p(z)}{\beta_q(z)} X_t$, maka diperoleh $\varepsilon_t = \frac{\alpha_p(L)}{\beta_q(L)} X_t = \sum_{j=0}^{\infty} h_j L^j X_t = \sum_{j=0}^{\infty} h_j X_{t-j}$

dapat dilihat terdapat barisan konstanta $\{h_j\}$ pada $\varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} h_j X_{t-j}, t\epsilon Z.$ Sehingga berdasarkan definisi 2.3 $\alpha_p(L)X_t = \beta_q(L)\varepsilon_t$ dikatakan invertible, jika terdapat barisan konstanta $\{h_j\}$ sedemikian sehingga $\sum_{j=0}^{\infty} h_j^2 < \infty$ dan $\varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} h_j X_{t-j}, t\epsilon Z.$ Maka terbukti $\{X_t\}$ invertible. ■

III. METODOLOGI

Data IHSG diolah dengan menggunakan program EViews Versi 4.0. dengan langkah-langkah sebagai berikut: uji stasioner data, identifikasi model, estimasi koefisien atas model dan uji diagnostik. Setelah model dengan orde terbaik diperoleh dilakukan peramalan nilai IHSG untuk 200 hari ke depan. Paparan langkah-langkah tersebut sebagai berikut:

III.1 Uji Stasioneritas Data

Uji akar unit atau uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF) digunakan untuk mendeteksi apakah data stasioner atau tidak, dalam uji ADF dapat digunakan asumsi model bahwa (Nagstrup, 2002)

$$\Delta X_t = \sum_{k=1}^{p} \alpha_k \Delta X_{t-k} + \varepsilon_t \quad \text{dengan} \quad \varepsilon_t \sim WN\left(0,\sigma^2\right). \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3.1$$

Keputusan: tolak H_0 jika nilai statistik ADF lebih besar dari nilai kritis MacKinnon, sebaliknya H_0 diterima. Uji ADF berisi regresi dari diferensi pertama pada data runtun waktu terhadap lag variabel, *lagged difference terms*, konstanta dan variabel *trend.*

III.2 Identifikasi Model

Proses identifikasi adalah dilakukan untuk menentukan orde dari proses ARMA. Identifikasi model ARMA akan diestimasi dengan menggunakan model *AutoCorrelation Function* (ACF) dan model *Partial AutoCorrelation Function* (PACF).

III.4 Estimasi Koefisien Atas Model

Estimasi koefisien proses ARMA dilakukan untuk menentukan taksiran dari parameter yang tidak diketahui, dihitung dengan menggunakan metode *maximum likelihood*. Dimana parameter akan ditaksir dengan cara memaksimalkan fungsi kepadatan peluang dari proses ARMA. Secara umum model stasioner ARMA(p,q) adalah

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \ldots + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t - \beta_1 \varepsilon_{t-1} - \ldots - \beta_q \varepsilon_{t-q} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3.2$$

dimana $X_t = x_t - \mu$ dan $\{\varepsilon_t\} \sim WN(0,\sigma^2)$, kepadatan peluang bersama $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n)'$ adalah

$$P\left(\varepsilon \middle| \alpha, \mu, \beta, \sigma^2\right) = \left(2\pi\sigma^2\right)^{-n/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{t=1}^{k}\varepsilon_t^2\right] \quad \text{...} \quad 3.3$$

dengan $\varepsilon_t = \beta_1\varepsilon_{t-1} + \ldots + \beta_q\varepsilon_{t-q} + X_t - \alpha_1 X_{t-1} + \ldots + \alpha_p X_{t-p}$ 3.4

dapat ditulis dalam fungsi likelihood dengan parameter $(\alpha, \mu, \beta, \sigma^2)$.

Misalkan $X = (X_1, X_2, \ldots, X_n)'$ dan diasumsikan kondisi awal $X_0 = \left(X_{1-p}, \ldots, X_{-1}, X_0\right)$ dan $\varepsilon_0 = \left(\varepsilon_{1-q}, \ldots, \varepsilon_{-1}, \varepsilon_0\right)'$. Sehingga fungsi log-likelihood bersyarat

$$\ln L_o(\alpha, \mu, \beta, \sigma^2) = -\frac{n}{2}\ln 2\pi\sigma^2 - \frac{S_o(\alpha, \mu, \beta)}{2\sigma^2} \quad \text{...} \quad 3.5$$

dimana $S_o(\alpha, \mu, \beta) = \sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t^2(\alpha, \mu, \beta | X_0, \varepsilon_0, X)$. 3.6

adalah jumlah fungsi kuadrat bersyarat. Nilai $\hat{\alpha}, \hat{\mu}, \text{dan}\, \hat{\beta}$, yang memaksimalkan (3.5) disebut penaksir maksimum likelihood bersyarat. Karena $\ln L_o(\alpha, \mu, \beta, \sigma^2)$ meliputi data yang memenuhi $S_o(\alpha, \mu, \beta)$, penaksir-penaksir tersebut sama seperti penaksir pada metode kuadrat terkecil bersyarat. Yang diperoleh dari meminimalkan jumlah fungsi kuadrat $S_o(\alpha, \mu, \beta)$, dimana, kita perlu ketahui bahwa metode kuadrat terkecil ini tidak memuat parameter σ^2.

Terdapat beberapa alternatif untuk menentukan kondisi awal X_0 dan ε_0. Berdasarkan asumsi bahwa $\{X_t\}$ adalah stasioner dan $\{\varepsilon_t\}$ adalah sebuah deret variabel acak dari proses $\text{IID}{\sim}\text{N}(0, \sigma^2)$, kita dapat menganti X_t yang belum diketahui dengan mean X dari sampel dan ε_t yang belum diketahui dengan ekspektasinya adalah 0. Untuk model pada persamaan (3.2) diasumsikan bahwa $\varepsilon_p = \varepsilon_{p-1} = \cdots = \varepsilon_{p+1-q} = 0$ dan menghitung ε_t untuk $t \geq (p+1)$ dengan menggunakan persamaan (3.2). Jumlah fungsi kuadrat bersyarat pada (3.6) sehingga menjadi

$$S_o(\alpha, \mu, \beta) = \sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t^2(\alpha, \mu, \beta | X). \quad \text{..} \quad 3.7$$

Setelah menghitung taksiran parameter dari $\hat{\alpha}, \hat{\mu}$, dan $\hat{\beta}$, penaksir $\hat{\sigma}^2$ dari σ^2 dapat dihitung melalui $\hat{\sigma}^2 = \frac{S_o(\hat{\alpha}, \hat{\mu}, \hat{\beta})}{dk}, dk = n - (2p + q + 1)$ 3.8

III.5 Uji Diagnostik

Uji diagnostik dilakukan untuk mengecek apakah model yang dipilih sesuai dengan data secara baik. Untuk mengecek penerimaan keseluruhan dari residual autokorelasi $(Q(K))$ akan digunakan *Ljung-Box Statistik* dengan rumus:

$$Q(K) = n\sum_{k=1}^{n}\left(\left(\frac{n+2}{n-k}\right)^{1/2}\hat{\rho}_\varepsilon\right)^2 = n(n+2)\sum_{k=1}^{k}\frac{1}{n-k}\hat{\rho}_\varepsilon^{\,2} . \quad \text{..} \quad 3.9$$

Dengan *k* adalah jumlah autokorelasi yang dimasukan dalam tes statistik, *n* adalah jumlah seluruh observasi, $\hat{\rho}_\varepsilon^{\,2}$ adalah autokorelasi dari residual yang diestimasi

$$\hat{\rho}_\varepsilon^{\,2}(k) = \frac{\sum_{j=1}^{n-k}\left(\hat{\varepsilon}_j - \bar{\varepsilon}\right)\left(\hat{\varepsilon}_{j+k} - \bar{\varepsilon}\right)}{\sum_{j=1}^{n}\left(\hat{\varepsilon}_j - \bar{\varepsilon}\right)^2}, k = 1, 2, \cdots, n-1, \quad \bar{\varepsilon} = n^{-1}\sum_{j=1}^{n}\hat{\varepsilon}_j , \quad \text{..} \quad 3.10$$

dan $\hat{\varepsilon}_j = X_j - \alpha_1 X_{j-1} - \cdots - \alpha_p X_{j-p}$.

$(Q(K))$ berdistribusi Chi-Square $\left(\chi^2\right)$ dengan derajat kebebasan *(df) K-p*, dengan *p* adalah orde dari proses ARMA. Model yang dipilih akan sesuai dengan data secara baik jika tidak ada korelasi serial dalam residual dari hasil estimasi dengan model yang diamati atau nilai $(Q(K)) < \chi^2_{tabel}$, dengan $\chi^2_{tabel} = \chi^2_{\alpha}(K-p)$, dengan α adalah taraf signifikan 95%.

III.6 Peramalan

Peramalan dapat dilakukan apabila telah diperoleh model ARMA terbaik. Model ARMA dengan variabel penjelasnya dianggap baik dan layak digunakan untuk memprediksi ketidakpastian dimasa yang akan datang, apabila memiliki *Root Of Means Squared Error* (RMSE) yang kecil (Kardoyo dan Kuncoro, 2001). RMSE diperoleh dengan rumus:

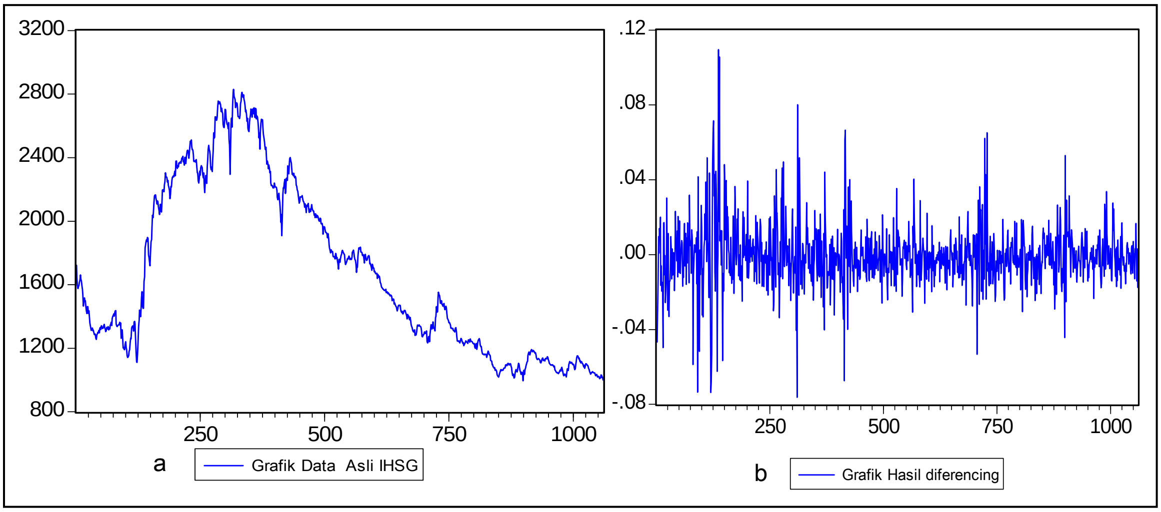
$$RMSE = \sqrt{\frac{SSE}{(n-k)}} \qquad \text{.......................................} \quad 3.11$$

Dengan $SSE = \sum_{i=1}^{T} X_i - \alpha x$, dimana X adalah variabel dependen dan x adalah variabel independen.

IV. HASIL ANALISIS DAN PEMBAHASAN

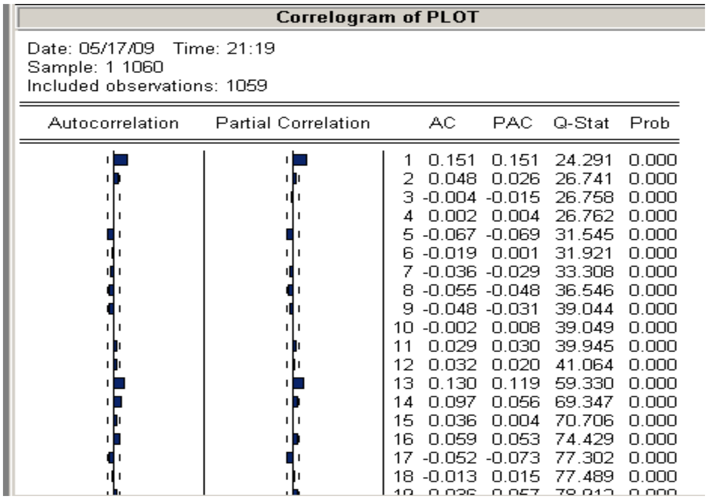
IV.1 Hasil Penelitian

Hasil uji stasioner data nilai IHSG periode 1 Januari 2005 – 30 April 2009 dengan menggunakan program eviews versi 4.0 adalah sebagai berikut.



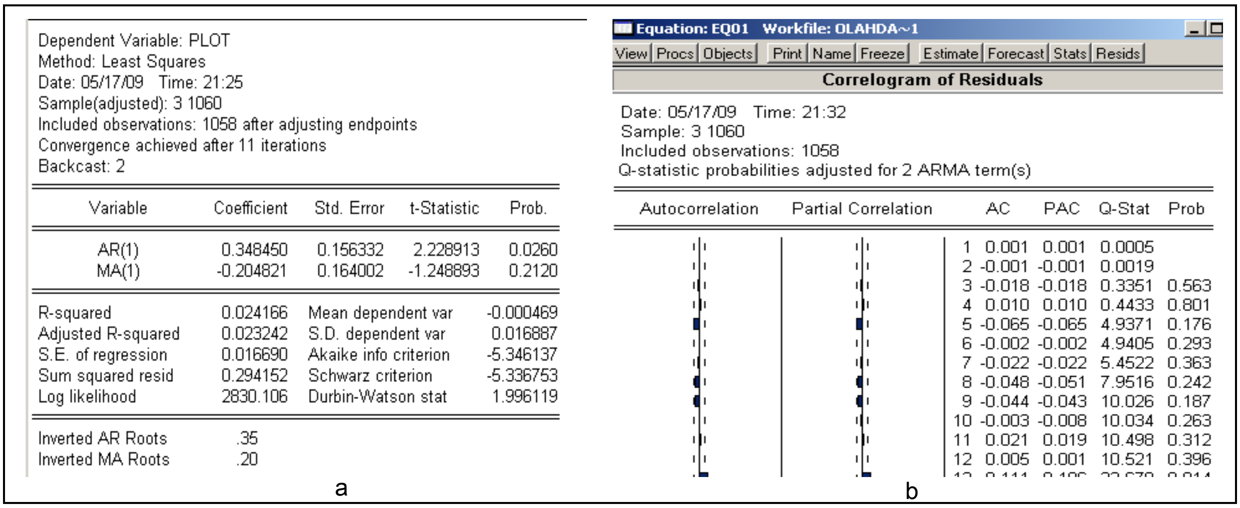
Gambar 1. a)Grafik Data Asli IHSG b) Grafik Data Hasil Diferencing

Dari hasil uji stasioneritas data di atas diperoleh nilai statistik ADF 1,67. Nilai statistik ADF ini lebih kecil dari nilai kritis MacKinnon pada taraf signifikan 1% dan 5%. Menurut hipotesis H_0 diterima, artinya data nilai IHSG tidak stasioner (gambar 1 a). Solusi data yang tidak stasioner adalah dengan melakukan differencing. Dari hasil uji stasioneritas data hasil diferencing diperoleh nilai statistik ADF 11,17. Nilai statistik ADF ini lebih besar dari nilai kritis MacKinnon pada taraf signifikan 1% dan 5% dan 10%. Menurut hipotesis H_0 ditolak, artinya data nilai DIHSG stasioner (gambar 1 b). Karena data sudah stasioner maka tahap selanjutnya adalah melakukan identifikasi model dengan melihat plot ACF dan PACF. Nilai dan plot ACF dan PACF dengan menggunakan eviews versi 4.0 adalah sebagai berikut



	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.151	0.151	24.291	0.000
2	0.048	0.026	26.741	0.000
3	-0.004	-0.015	26.758	0.000
4	0.002	0.004	26.762	0.000
5	-0.067	-0.069	31.545	0.000
6	-0.019	0.001	31.921	0.000
7	-0.036	-0.029	33.308	0.000
8	-0.055	-0.048	36.546	0.000
9	-0.048	-0.031	39.044	0.000
10	-0.002	0.008	39.049	0.000
11	0.029	0.030	39.945	0.000
12	0.032	0.020	41.064	0.000
13	0.130	0.119	59.330	0.000
14	0.097	0.056	69.347	0.000
15	0.036	0.004	70.706	0.000
16	0.059	0.053	74.429	0.000
17	-0.052	-0.073	77.302	0.000
18	-0.013	0.015	77.489	0.000

Dari nilai dan plot ACF dan PACF di atas dapat dilihat bahwa ACF dan PACF mencapai puncak pada lag 1, lag 5 dan lag 13 sehingga dapat diperkirakan model yang relatif baik untuk memprediksi nilai IHSG adalah AR(1), MA(1), AR (13), dan ARMA(1,1). Untuk menentukan model dengan orde terbaik, selanjutnya akan dilakukan estimasi parameter dan uji diagnostik. Hasil estimasi parameter dan uji diagnostik seperti gambar 2 .



Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.348450	0.156332	2.228913	0.0260
MA(1)	-0.204821	0.164002	-1.248893	0.2120

R-squared	0.024166	Mean dependent var	-0.000469
Adjusted R-squared	0.023242	S.D. dependent var	0.016887
S.E. of regression	0.016690	Akaike info criterion	-5.346137
Sum squared resid	0.294152	Schwarz criterion	-5.336753
Log likelihood	2830.106	Durbin-Watson stat	1.996119

Inverted AR Roots	.35
Inverted MA Roots	.20

a

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.001	0.001	0.0005	
2	-0.001	-0.001	0.0019	
3	-0.018	-0.018	0.3351	0.563
4	0.010	0.010	0.4433	0.801
5	-0.065	-0.065	4.9371	0.176
6	-0.002	-0.002	4.9405	0.293
7	-0.022	-0.022	5.4522	0.363
8	-0.048	-0.051	7.9516	0.242
9	-0.044	-0.043	10.026	0.187
10	-0.003	-0.008	10.034	0.263
11	0.021	0.019	10.498	0.312
12	0.005	0.001	10.521	0.396

b

Gambar 2. a) hasil estimasi parameter b) hasil uji diagnostik

Rangkuman hasil modelling untuk harga estimasi dari koefisien (gambar 2.a) dan harga statistik untuk uji diagnostik (gambar 2.b), beserta harga probabilitasnya untuk uji yang bersesuaian di dalam kurung. Dari tahap estimasi dan uji diagnostik dapat dilihat seperti tabel 1 berikut ini.

Tabel 1. Rangkuman Hasil Modelling

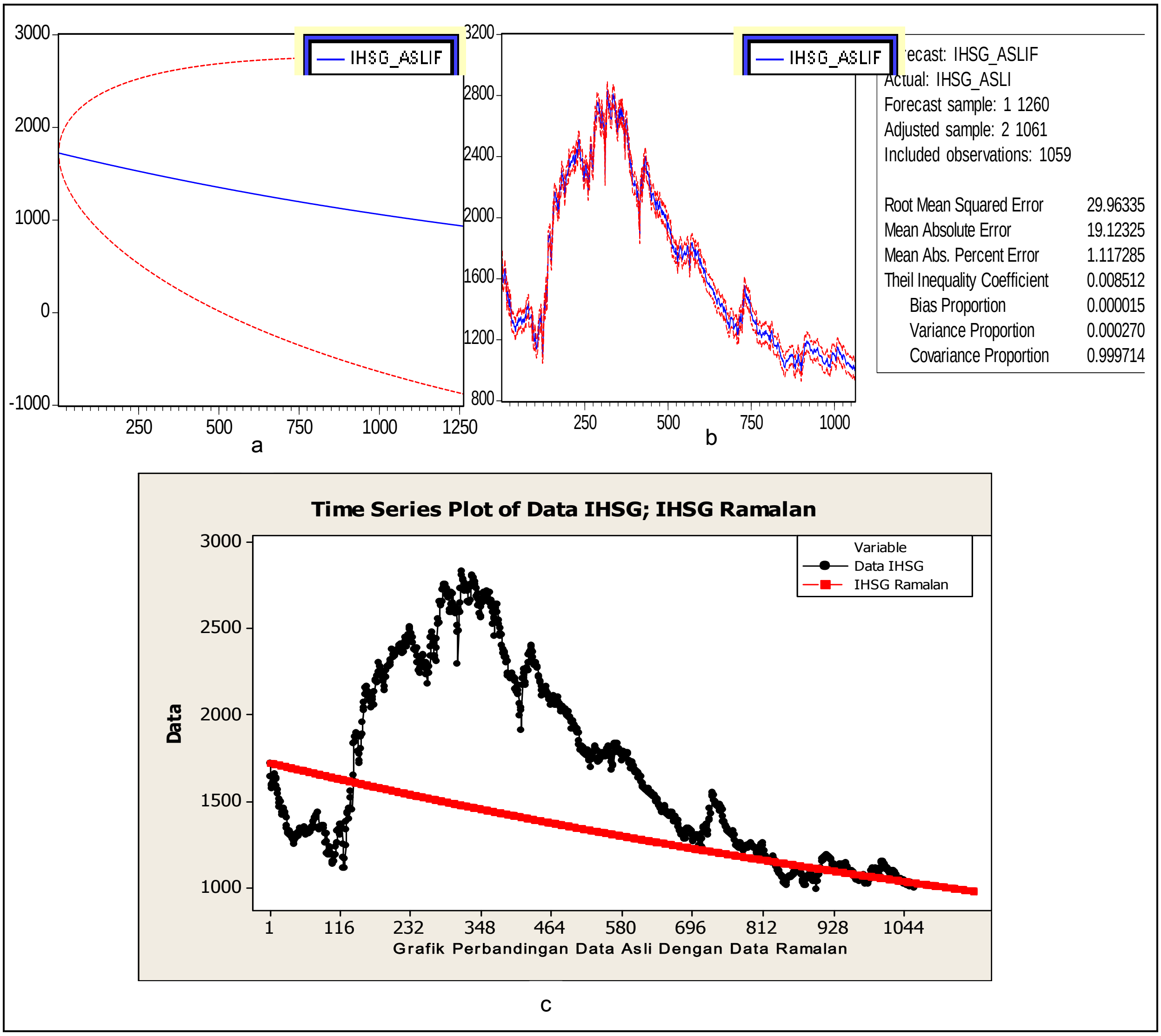
	AR(1)	AR(5)	ARMA(1,1)	MA(1)		AR(1)	AR(5)	ARMA(1,1)	MA(1)
α_1	0.152062 (0,0000)	0.144956 0.0000	0.348450 0.0260		*Q(6)*	5.7278 0.334	0.1426 0.706	4.9405 0.293	7.9146 0.095
α_2		0.027633 0.3750			*Q(9)*	10.675 0.221	3.8439 0.572	10.026 0.187	12.918 0.115
α_3		-0.011474 0.7127			*Q(12)*	11.338 0.415	4.3933 0.734	10.521 0.396	13.868 0.240
α_4		0.013941 0.6542			*RMSE*	0.02251	0.02677	0.020166	0.020787
α_5		-0.068314 0.0263							
β_1			-0.204821 0.02120	0.142448 0.0000					

Dari rangkuman hasil modelling ini, dapat dibuat analisa sebagai berikut:

1. Untuk model AR(1), terlihat dari uji-t koefisien dari model yang signifikan adalah α_1 , dan dari uji residual menunjukkan nilai *statistik-Q* tidak signifikan artinya sudah tidak terdapat korelasi serial dalam data, sehingga model ini dapat dipertimbangkan sebagai model untuk data IHSG.
2. Untuk model AR(5), terlihat dari uji-t koefisien dari model yang signifikan adalah α_1 dan α_5 sedangkan koefisien yang lainnya tidak signifikan, dan dari uji residual menunjukkan nilai *statistik-Q* tidak signifikan artinya sudah tidak terdapat korelasi serial dalam data, sehingga model ini dapat dipertimbangkan sebagai model data IHSG.
3. Untuk model ARMA(1,1) terlihat dari uji-t koefisien dari model yang signifikan adalah α_1 , dan β_1 , dan dari uji residual menunjukkan nilai *statistik-Q* tidak signifikan artinya sudah tidak terdapat korelasi serial dalam data, sehingga model ini dapat dipertimbangkan sebagai model untuk data IHSG. Berdasarkan nilai RMSE yang lebih kecil, dapat disimpulkan bahwa model ini lebih baik dibandingkan model yang lainnya, dengan demikian, terlihat bahwa model 3 yakni model ARMA(1,1) $\Delta X_t = \alpha_1 \Delta X_{t-1} + \varepsilon_t - \beta_1 \Delta \varepsilon_{t-1}$
4. Untuk model MA(1) terlihat dari uji-t koefisien dari model yang signifikan adalah β_1, dan dari uji residual menunjukkan nilai *statistik-Q* tidak signifikan artinya sudah tidak terdapat korelasi serial dalam data, sehingga model ini dapat dipertimbangkan sebagai model untuk data IHSG.

IV.2 Peramalan

Hasil peramalan dari simulasi model ARMA(1,1) dengan menggunakan eviews versi 4.0 nilai IHSG untuk 200 hari kedepan dapat dilihat pada gambar 3.



Gambar 3. a) Grafik hasil peramalan untuk 200 hari, b) Grafik hasil peramalan dan c) Grafik perbandingan data asli dengan data ramalan

IV.3 Pembahasan

Hasil peramalan dengan *AR(13)* menunjukkan bahwa pada awalnya nilai IHSG Jakarta terjadi fluktuasi dengan nilainya akan terus meningkat untuk hari-hari berikutnya, hal ini menunjukkan adanya trend positif dari hasil peramalan. Fluktuasi untuk hari berikutnya bisa terjadi antara interval batas atas (UCL) dan batas bawah (LCL) (lihat gambar 3. a). Kecocokan atau akurasi peramalan untuk perbandingan data asli dengan data peramalan sudah cukup baik untuk beberapa periode data yaitu data tahun 2005 dan awal tahun 2009 untuk data tahun 2008 banyak mengalami fluktuatif, ini disebabkan karena adanya pengaruh krisis global dunia dimulai pada awal tahun 2008. dilihat (gambar 1.c).

V. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan di atas, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Pergerakan data IHSG hasil peramalan dengan model ARMA(1,1) mengikuti pergerakan data IHSG asli, sedangkan hasil peramalan untuk 200 hari ke depan pada awalnya terjadi fluktuasi namun pada hari berikutnya terus meningkat atau ada trend positif.
2. Dari perbandingan antara data IHSG hasil peramalan dengan data IHSG asli, dapat dilihat bahwa akurasi peramalan dari model ARMA baik untuk sebagian data IHSG. Nilai hasil peramalan yang memiliki akurasi peramalan yang paling baik adalah nilai hasil peramalan yang paling dekat ke data IHSG periode tahun 2005 dan awal tahun 2009.

VI. DAFTAR PUSTAKA

1. Falk, M., 2006, *A First Course On Time Series Analysis Example With SAS*, Chair Of Statistics, University Of Wurzburg.
2. Hamilton, D.J.,2004, *Time Series Analysis, Princeton University Press*, Princeton, New Jersey.
3. Kardoyo, H., dan Kuncoro, M., 2001, *Analisis Kurs Valas Dengan Pendekatan Box-Jenkins*, Yogyakarta.
4. Kuncoro, M., 2001, Lecture 13, *Model Kausal: Dasar-Dasar Metode ARIMA (Box Jenkins)*, Fakultas Ekonomi dan Pascasarjana Universitas Gajah Mada, Yogyakarta.
5. Nagstrup, C., 2002, *Manual EViews 4.0, Aarhus School of Business*, IT-Departement, version 021120.
6. Rais, 2005, *Kriteria Kesesuaian Model Untuk Penentuan Arsitektur Optimal Pada Neural Network Untuk Pemodelan Time Series*, Tesis Yogyakarta.
7. Rosadi, D., 2006, *Diktat Kuliah Pengantar Analisa Runtun Waktu*, Program Studi Statistika Fakultas MIPA UGM, Yogyakarta.
8. Ulva, A., dan Yasin, A., 2003, *Model Alternatif Forecasting Deviden BUMN*, Kajian Ekonomi dan Keuangan, Vol. 7, No 2.